Professeur : Rachid BELEMOU Lycée : Prince Moulay Abdellah	Cours Calcul littéral	Niveau : 3éme_Collège Année : 2023-2024

1 Rappels : distributions simple et double

Propriété .

Si a, b, c, d et k sont des nombres alors :

$$\boldsymbol{k(a+b)=ka+kb} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd}$$

Exemples :

$A=-4x(6-5x)$ $A=-24x+20x^2$	Il faut d'abord repérer les termes : $-4x$; 6 et $-5x$, puis on multiplie ensuite ces termes : $-4x\times 6=-24x$ et $-4x\times -5x=+20x^2$

$B=(-5x+2)(3x-5)$ $B=-15x^2+25x+6x-10$ $B=-15x^2+31x-10$	On repère d'abord les termes : $-5x$; $+2$; $3x$ et -5, on multiplie ensuite ces termes : $-5x\times 3x=-15x^2$; $-5x\times -5=25x$; $+2\times 3x=6x$ et $2\times(-5)=-10$ et on regroupe les termes de même nature (les termes en x ensemble).

2 Identités remarquables

2.1 Première identité remarquable

Propriété .

Si a et b sont des nombres alors :

$$\boldsymbol{(a+b)^2=a^2+\underbrace{2\times a\times b}_{\text{double produit}}+b^2}$$

Exemples :

- $(3x+5)^2=(3x)^2+\underbrace{2\times 3x\times 5}_{\text{double produit}}+5^2=9x^2+30x+25$
- $(5+x)^2=5^2+2\times 5\times x+x^2=25+10x+x^2$
- $(25+7x)^2=25^2+2\times 25\times 7x+(7x)^2=625+350x+49x^2$

2.2 Seconde identité remarquable

Propriété .

Si a et b sont des nombres alors :

$$\boldsymbol{(a-b)^2 = a^2 - \underbrace{2 \times a \times b}_{\text{double produit}} + b^2}$$

Exemples :

- $(x-7)^2 = x^2 - 2 \times x \times 7 + 7^2 = x^2 - 14x + 49$
- $(9-4x)^2 = 9^2 - 2 \times 9 \times 4x + (4x)^2 = 81 - 72x + 16x^2$

2.3 Troisième identité remarquable

Propriété .

Si a, b sont des nombres alors :

$$\boldsymbol{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$$

Exemples :

- $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$
- $(3-x)(3+x) = 9 - x^2$
- $(4+5x)(4-5x) = 4^2 - (5x)^2 = 16 - 25x^2$

3 Exemples d'utilisation des identités remarquables dans le calcul mental

• Pour calculer mentalement : 998^2 de manière simple, il faut faire apparaître le plus de zéros possibles sans s'éloigner de la valeur 998. Nous écrivons donc :
$998^2 = (1000-2)^2$. On reconnaît la deuxième identité remarquable avec $1000 = a$ et $2 = b$. En appliquant la formule, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, nous obtenons :
$998^2 = (1000-2)^2 = 1000^2 - 2 \times 1000 \times 2 + 2^2 = 1000000 - 4000 + 4 = 996004$

• Pour calculer mentalement : 303×297, on va se servir du nombre 300, $303 = 300+3$ et $297 = 300-3$, nous écrivons donc :
$303 \times 297 = (300+3)(300-3)$. On reconnaît la troisième identité remarquable avec $300 = a$ et $3 = b$. En appliquant la formule, $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$, nous obtenons :
$303 \times 297 = (300+3)(300-3) = 300^2 - 3^2 = 90000 - 9 = 89991$

4 Factorisation

***Principe* : il s'agit dans la pratique de faire le contraire de la distibution, on va donc transformer une somme ou différence de termes *en produit* de facteurs. On a plusieurs cas possibles :**

4.1 Cas du facteur commun

Il n'y a pas de formule miracle, il faut "avoir l'oeil" et repérer un facteur qui est en commun dans chaque terme.

Exemples :

• $(x+2)(x-5)+12(x+2)$ le facteur commun est $(x+2)$, cette expression littéral est donc égale à :

$(x+2)(x-5+12) = (x+2)(x+7)$
À l'intérieur de la deuxième parenthèse on met tout ce qui n'est pas "facteur commmun" (qui n'est pas souligné). Puis on réduit cette dernière parenthèse avec : $-5+12=+7$

• $5x^2-3x$ ici le facteur commun est x car il ne faut pas oublier que $x^2 = x \times x$, cette expression littéral est donc égale à : $5xx-3x = x(5x-3)$

• $(x+5)(x-8)+(x+5)^2$ là encore il ne faut pas oublier que $(x+5)^2 = (x+5)(x+5)$, l'expression factorisée est donc : $(x+5)\left[(x-8)+(x+5)\right] = (x+5)(2x-3)$

4.2 Cas des identités remarquables

Là encore, **il faut "avoir l'oeil" et reconnaître** l'une des formes développées des identités remarquables.

Exemples :

• $x^2-64 = x^2-8^2$
Ici on peut reconnaître la forme développée "a^2-b^2" de la troisième identité remarquable avec $x=a$ et $8=b$. Nous savons que $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$, nous pouvons donc écrire : $x^2-64=(x+8)(x-8)$

• $(x+3)^2-(x+1)^2$
Là encore, il s'agit de la troisième identité remarquable avec $x+3=a$ et $x+1=b$. Nous pouvons donc écrire : $(x+3)^2-(x+1)^2 = \left[(x+3)+(x+1)\right]\left[(x+3)-(x+1)\right] = (2x+4)\times 2$

• $x^2+12x+36 = x^2+2\times 6\times x+6^2$
Après transformation, on reconnaît la première identité remarquable, avec $x=a$ et $6=b$, nous pouvons donc écrire : $x^2+12x+36=(x+6)^2$

• $25x^2-30x+9 = (5x)^2-2\times 5x\times 3+3^2$
Après transformation, on reconnaît la deuxième identité remarquable, avec $5x=a$ et $3=b$, nous pouvons donc écrire : $25x^2-30x+9=(5x-3)^2$